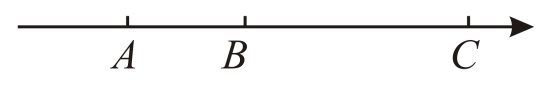
一元一次方程与动点问题



**【典例1】**已知数轴上*A*，*B*，*C*三个点表示的数分别是，*b*，*c*，且满足，动点*P*、*Q*都从点*A*出发，且点*P*以每秒1个单位长度的速度向终点*C*移动．*P*点运动时间为*t*．



（1）直接写出\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_；

（2）若*M*为的中点，*N*为的中点，试判断在*P*点运动的过程中，线段的长度是否发生变化，请说明理由；

（3）当点*P*运动到点*B*时，点*Q*再从点*A*出发，以每秒3个单位长度的速度在*A*，*C*之间往返运动，直至*P*点停止运动，*Q*点也停止运动．当点*P*从点*A*开始运动后的时间\_\_\_\_\_\_秒时，*P*，*Q*两点之间的距离为2．

**【思路点拨】**

（1）根据绝对值和偶次方的非负性即可作答；

（2）利用中点的定义和线段的和差求出，即可得出结论；

（3）先根据条件得出*Q*的运动情况为：先是由*A*运动到*C*点，再由*C*点运动到*A*点，在由*A*点继续出发运动1s，即*Q*点在*A*与*C*之间运动了一个来回，可将*P*，*Q*两点距离为2的情况分为以下2种情况讨论，设点*P*从点*B*运动s后，*P*，*Q*两点距离为2，，即点*P*表示的数为：，，①当点*Q*由*A*运动到*C*点时，此时点*Q*表示的数为：，根据，可得方程，解方程即可；当点*Q*由*C*运动到*A*点时，此时点*Q*表示的数为：，根据，可得方程，解方程即可，则问题得解．

**【解题过程】**

（1）解： ，

，，

，，

故答案为：，9；

（2）解：不发生变化，理由如下：

设点*P*表示的数为，

*M*为的中点，*N*为的中点，

点*M*表示的数为，点*N*表示的数为，

，

即在*P*点运动的过程中，线段的长度不发生变化，恒为；

（3）解：运动特点为：点*P*运动到点*B*时，点*Q*再从点*A*出发，点*P*以每秒1个单位长度的速度向终点*C*移动，点*Q*再从点*A*出发，以每秒3个单位长度的速度在*A*，*C*之间往返运动，

，，，

点*P*从点*B*运动至点*C*的时间为：，点*P*从点*A*运动至点*B*的时间为：，点*Q*从点*A*运动至点*C*的时间为：，

即可知点*Q*的运动情况为：先是由*A*运动到*C*点，再由*C*点运动到*A*点，在由*A*点继续出发运动1s，即*Q*点在*A*与*C*之间运动了一个来回，

可将*P*，*Q*两点距离为2的情况分为以下2种情况讨论：

设点*P*从点*B*运动s后，*P*，*Q*两点距离为2，

，即点*P*表示的数为：，，

①当点*Q*由*A*运动到*C*点时，

此时点*Q*表示的数为：，

，

，即，

解得：，或，

点*P*运动的时间为：，即或者秒时，*P*，*Q*两点之间的距离为2；

②当点*Q*由*C*运动到*A*点时，此时点*Q*表示的数为：，

，

，即，

解得：，或，

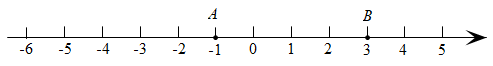
点*P*运动的时间为：，即或者秒时，*P*，*Q*两点之间的距离为2；

综上，当点*P*从点*A*开始运动后的时间8，10，14.5，15.5秒，*P*，*Q*两点之间的距离为2．

故答案为：8，10，14.5，15.5．



1．（2023春·安徽合肥·七年级中国科技大学附属中学校考开学考试）已知数轴上两点、对应的数分别为、3，点为数轴上一动点，其对应的数为．

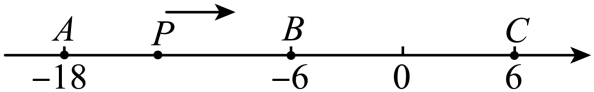


（1）若点为的中点，直接写出点对应的数；

（2）数轴的原点右侧是否存在点，使点到点、点的距离之和为8？若存在，请求出的值；若不存在，说明理由；

（3）现在点、点分别以每秒2个单位长度和每秒个单位长度的速度同时向右运动，同时点以每秒6个单位长度的速度从表示数1的点向左运动．当点与点之间的距离为3个单位长度时，求点所对应的数是多少？

2．（2023秋·陕西榆林·七年级校考阶段练习）已知数轴上有，，三个点，分别表示有理数，，，动点从点出发，以每秒个单位长度的速度向点移动，设移动时间为秒．

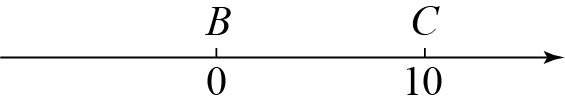


（1）当时，点到点的距离 ，此时点所表示的数为 ；

（2）当点运动到点时，点同时从点出发，以每秒个单位长度的速度向点运动，点到达点后也停止运动，求点出发秒时与点之间的距离；

（3）在（2）的条件下，当点和点到达点之前，请求出点移动几秒时恰好与点之间的距离为个单位长度？

3．（2023春·广东惠州·七年级校考阶段练习）如图，在数轴上有一点，在的左边距点个单位长度处有一点，原点为．

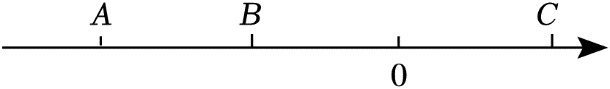


（1）点表示的数为\_\_\_\_\_\_，线段的中点对应的数为\_\_\_\_\_\_；

（2）点、同时出发，点以个单位长度秒的速度向右运动、点以个单位长度秒的速度向左运动，当运动多少秒时，、两点能相遇；

（3）现有动点、和一定点，点在数轴上所表示的数为，、分别从点、同时出发，分别以个单位长度秒、个单位长度秒的速度先向点运动，到达点后再向其相反方向运动，在运动过程中，当时，求时间．

4．（2023秋·四川成都·七年级四川省成都市玉林中学校考阶段练习）如图，数轴上有*A*、*B*、*C*三个点，*A*、*B*、*C*对应的数分别是*a*、*b*、10，满足，动点*P*从*A*出发，以每秒1个单位的速度向终点*C*运动，设运动时间为*t*秒．

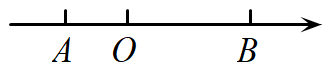


（1）求*a*、*b*的值；

（2）若点*P*到*A*点的距离是点*P*到*B*点的距离的2倍，求点*P*对应的数；

（3）当点*P*运动到*B*点时，点*Q*从点*A*出发，以每秒3个单位的速度向*C*点运动，*Q*点到达*C*点后，再立即以同样的速度返回，运动到终点*A*．在点*Q*开始运动后第几秒时，*P*、*Q*两点之间的距离为4?请说明理由．

5．（2023春·吉林长春·七年级长春市第五十二中学校考阶段练习）如图，数轴上*A*，*B*两点对应的有理数分别为和20、点*P*从点出发，以每秒1个单位长度的速度沿数轴正方向匀速运动，同时，点*Q*从点*A*出发，以每秒2个单位长度的速度沿数轴正方向匀速运动．设运动时间为秒．

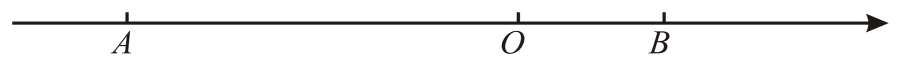


（1）当时，线段的长度是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；当时，线段的长度是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

（2）当时，求所有符合条件的*t*的值，并求出此时点*Q*所对应的数．

（3）若点*P*一直沿数轴的正方向运动，点*Q*运动到点*B*时，立即改变运动方向，沿数轴的负方向运动，到达点*A*时，随即停止运动，在点*Q*的整个运动过程中，直接写出所有使得线段的*t*值．

6．（2023秋·福建福州·七年级福州华伦中学校考期末）如图，在数轴上点*A*表示的数为*a*，点*B*表示的数为*b*，表示点*A*和点*B*之间的距离，且*a*，*b*满足．点*M*从点*A*出发以3个单位长度/秒的速度向右运动，同时点*N*从点*B*出发以2个单位长度/秒也向右运动，设运动时间为*t*秒．

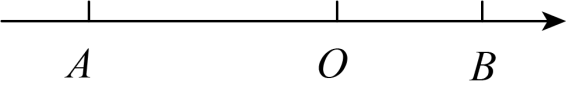


（1）则\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_

（2）当时，求*t*的值；

（3）点*C*在数轴上点*B*的右侧，当点*M*，*N*未运动到点*C*且点*M*在点*N*左侧时，始终有（*k*为固定的常数），求*k*的值．

7．（2023秋·山西太原·七年级校考期末）如图，数轴上有*A*，*B*两点，*A*在*B*的左侧，表示的有理数分别为*a*，*b*，已知，原点*O*是线段上的一点，且．

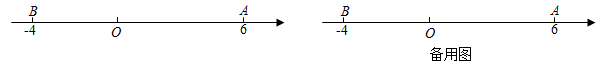


（1）\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（2）若动点*P*，*Q*分别从*A*，*B*同时出发，向右运动，点*P*的速度为每秒2个单位长度，点*Q*的速度为每秒1个单位长度，设运动时间为*t*秒，当点*P*与点*Q*重合时，*P*，*Q*两点停止运动，当*t*为何值时，；

（3）在（2）的条件下，若当点*P*开始运动时，动点*M*从点*A*出发，以每秒3个单位长度的速度也向右运动，当点*M*追上点*Q*后立即返回，以同样的速度向点*P*运动，遇到点*P*后再立即返回，以同样的速度向点*Q*运动，如此往返，直到点*P*，*Q*停止时，点*M*也停止运动，求在此过程中点*M*运动的总路程和点*M*停止运动时在数轴上所对应的有理数．

8．（2023秋·福建福州·七年级期末）如图，点*A*、*B*在数轴上对应的数分别为6，．



（1）点*A*到*B*的距离为　　个单位长度（直接写出结果）；

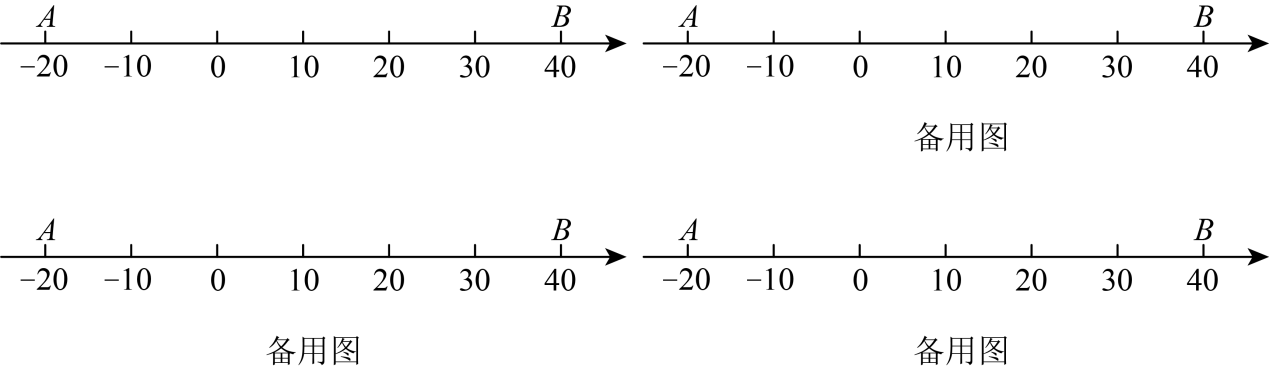
（2）点*P*是数轴上一点，点*P*到*A*的距离是*P*到*B*的距离的2倍，求点*P*在数轴上对应的数；

（3）点*M*，*N*分别从点*O*，*A*同时出发，沿数轴负方向运动，运动时间为*t*．

①若点*M*，*N*分别以每秒1个单位长度，2个单位长度的速度运动，若*M*、*N*其中一点到原点的距离是另一个点到原点距离的1.5倍，求*t*的值；

②若点*N*的速度是点*M*速度的2倍，当*M*在*O*，*B*之间、*N*在*O*，*A*之间时，点*Q*为*O*，*N*之间一点，点*Q*到*N*的距离是点*B*到*N*距离的一半，则在*M*，*N*运动过程中*Q*到*M*的距离为　　　．

9．（2022秋·重庆开州·七年级校联考期中）如图，已知数轴上、两定点对应的数是－，，动点、同时从点出发向点运动，到达点后折返向点继续运动，其中某点回到点时，全部停止．（点的速度为个单位长度秒，点的速度为个单位长度秒）



（1）在点到达点前，

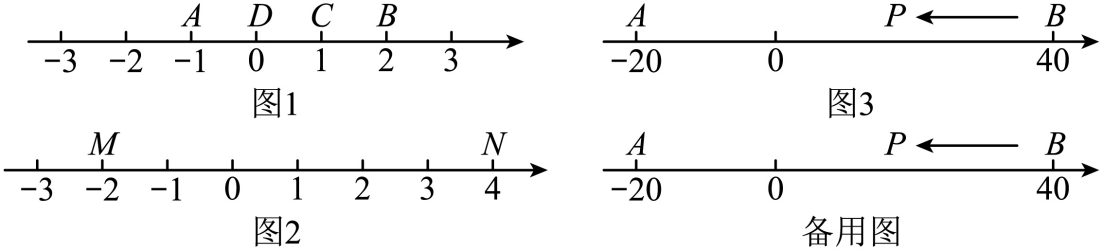
①经过\_\_\_\_\_\_秒、之间间隔个单位长度：

②经过\_\_\_\_\_\_秒原点刚好位于、的最中间；

③经过\_\_\_\_\_\_秒点到点的距离刚好等于点到点的距离（即）；

（2）当动点到达点后，点开始改变速度以个单位长度秒的速度继续运动，秒后，、两点之间相距个单位长度，求的值．

10．（2023秋·湖北鄂州·七年级统考期末）若，，为数轴上三点，点到的距离是点到的距离的2倍，我们就称点是的好点．例如，如图1，点表示的数为，点表示的数为2，表示数1的点到点的距离是2，到点的距离是1，那么点是的好点．



（1）如图2，，为数轴上两点；点所表示的数为，点所表示的数为4．线段上存在一点是的好点，则此点表示的数是\_\_\_\_\_\_；

（2）如图3，，为数轴上两点，点所表示的数为，点所表示的数为40，现有一只电子蚂蚁从点出发，以每秒4个单位长度的速度向左运动，到达点停止．当运动时间（秒）为何值时，点，，中恰有一个点为其余两点的好点？

（3）在（2）的条件下，若点到达点后继续向左运动，当为的好点时，请直接写出线段的长及此时点表示的数．

11．（2023秋·吉林松原·七年级统考期中）已知*a*是最大的负整数，*b*是多项式的次数，*c*是单项式的系数，且*a*，*b*，*c*分别是点*A*，*B*，*C*在数轴上对应的数．

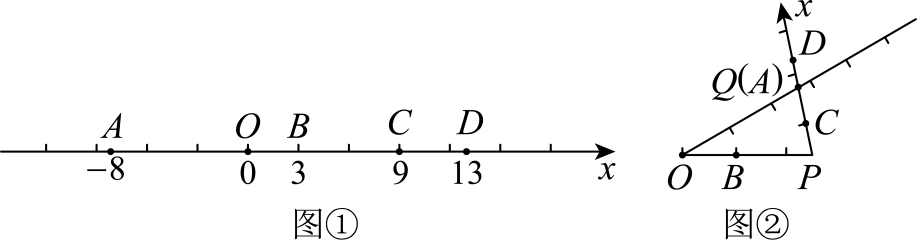
（1）求*a*，*b*，*c*的值，并在数轴上标出点*A*，*B*，*C*；

@@@6562c1f8-9b71-4204-be72-e52b6982a000

（2）若动点*P*、*Q*同时分别从点*A*、*B*出发沿数轴负方向运动，点*P*的速度是每秒个单位长度，点*Q*的速度是每秒2个单位长度，求运动几秒后，点*Q*可以追上点*P*？

（3）在数轴上找一点*M*，使点*M*到*A*，*B*，*C*三点的距离之和等于10，请直接写出所有点*M*对应的数．（不必说明理由）

12．（2023秋·吉林长春·七年级统考期中）如图①，在数轴上，点为坐标原点，点、、、表示的数分别是、3、9、13．动点、同时出发，动点从点出发，沿数轴以每秒2个单位的速度向点运动，当点运动到点后，立即按原来的速度返回．动点从点出发，沿数轴以每秒1个単位的速度向终点运动．当点到达点时，点也停止运动，设点的运动时间为秒．



（1）点与原点的距离是\_\_\_\_\_\_．

（2）点从点向点运动过程中，点与原点的距离是\_\_\_\_\_\_（用含的代数式表示）．

（3）点从点向点运动过程中，当点与原点的距离恰好等于点与点的距离时，求的值．

（4）在点、的整个运动过程中，若将数轴在点和点处各折一下，使点与点重合，如图②所示，当所构成的三角形中恰好有两条边相等时，直接写出的值．

13．（2023春·浙江金华·七年级浙江省义乌市后宅中学校考开学考试）如图，直线*l*上依次有三个点*A*、*B*、*C*，，．点*M*从点*A*出发，沿直线*l*以每秒的速度向点*C*运动，到达点*C*后立即原速返回到点*A*；同时，点*N*从点*B*出发，沿直线*l*以每秒的速度向点*C*运动，到达点*C*后停止．运动过程中，若（*n*为大于1整数），则称是的“*n*分时刻”．设点*M*的运动时间为．

@@@7789b0c241364885958475eb7dca82a7

（1）当*M*点与*N*点重合时，*t*＝ ；

（2）当时，是的“ 分时刻”；

（3）若是的“8分时刻”，求*t*的值．

14．（2022秋·江苏镇江·七年级统考期中）如图，在数轴上点表示数，点表示数，且

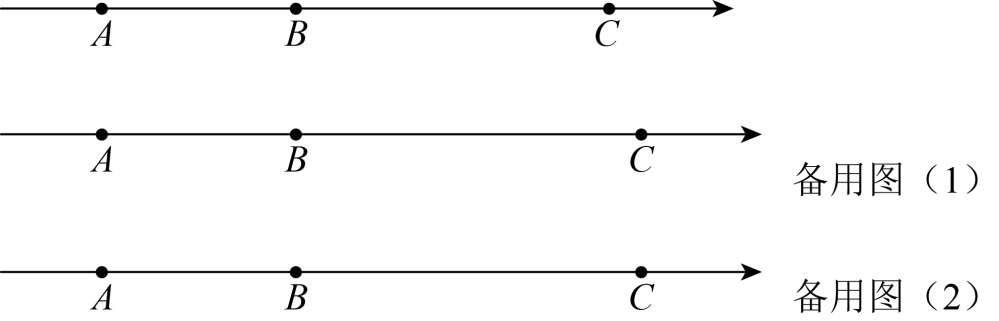


（1）填空，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（2）若点与点之间的距离表示为，点与点之间的距离表示为，已知点为数轴上一动点，且满足，求出点表示的数；

（3）若点以每秒个单位长度的速度向左运动，同时点以每秒个单位长度的速度向右运动，动点从原点开始以每秒个单位长度运动，运动时间为秒，运动过程中，点始终在、两点之间上，且的值始终是一个定值，求点运动的方向及的值，

15．（2022秋·广东肇庆·七年级校考期中）如图，已知数轴上有三点*A*、*B*、*C*，若用*AB*表示*A*、*B*两点的距离，*AC*表示*A*、*C*两点的距离，且，点*A*、点*C*对应的数分别是*a*、*c*，且



（1）求*AC*的长；

（2）若点*P*、*Q*分别从*A*、*C*两点同时出发，向左运动，速度分别为2个单位长度每秒、5个单位长度每秒，则运动了多少秒时，*Q*到*B*的距离与*P*到*B*的距离相等？

（3）若点*P*、*Q*仍然以（2）中的速度分别从*A*、*C*两点同时出发向左运动，2秒后，动点*R*从*A*点出发向右运动，点*R*的速度为1个单位长度每秒，点*M*为线段*PR*的中点，点*N*为线段*RQ*的中点，点*R*运动了多少秒时恰好满足；并求出此时*R*点所对应的数．

16．（2023秋·江苏盐城·七年级滨海县第一初级中学校联考阶段练习）已知数轴上的、两点分别对应的数字为、，且、满足．

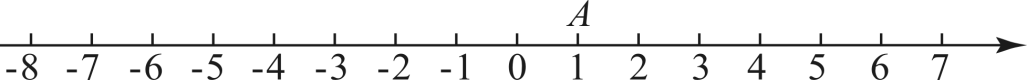
@@@0fcbf52484104017b78c5ea8c7657521

（1）直接写出：\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_；

（2）从出发，以每秒个长度的速度沿数轴正方向运动，何时，，三点中其中一个点到另外两个点的距离相等？求出相应的时间；

（3）数轴上还有一点对应的数为，若点从出发，以每秒个单位的速度向点运动，同时，从点出发，以每秒个长度的速度向正方向运动，点运动到点立即返回再沿数轴向左运动．当时，求运动的时间．

17．（2022秋·江苏泰州·七年级校考阶段练习）如图，点在数轴上表示的数为，



（1）若点与点相距个单位长度，则点表示的数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

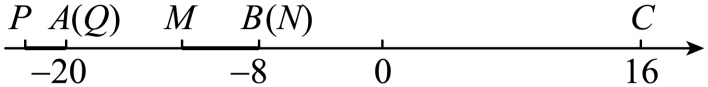
（2）若点表示的数是，

①点为数轴上一点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_，此时的位置是\_\_\_\_\_\_\_\_;

②若点在数轴上以每秒个单位长度的速度运动，点在数轴上以每秒个单位长度的速度运动方向不限，若秒后，、两点间的距离为个单位长度，求的值；

③若点是数轴上一点，且，求的值；

18．（2023秋·重庆南岸·七年级校考期末）如图，数轴上有，，三个点，分别表示数，，16，有两条动线段和（点与点重合，点与点重合，且点在点的左边，点在点的左边），，，线段以每秒1个单位的速度从点开始向右匀速运动，同时线段以每秒3个单位的速度从点开始向右匀速运动.当点运动到点时，线段立即以相同的速度返回；当点回到点时，线段、同时停止运动．设运动时间为秒（整个运动过程中，线段和保持长度不变）．



（1）当时，点表示的数为\_\_\_\_\_\_\_\_，点表示的数为\_\_\_\_\_\_\_\_．

（2）在整个运动过程中，当时，求出点表示的数．

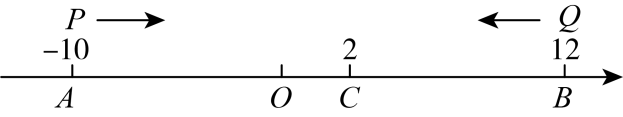
（3）在整个运动过程中，当两条线段有重合部分时，速度均变为原来的一半，当重合部分消失后，速度恢复，请直接写出当线段和重合部分长度为1.5时所对应的的值．

19．（2023秋·全国·七年级专题练习）定义：若*A*、*B*、*C*为数轴上三个不同的点，若点*C*到点*A*的距离和点*C*到点*B*的距离的2倍的和为10，我们就称点*C*是的美好点．例如：点*M*、*N*、*P*表示的数分别为、2、0，则点*P*到点*M*的距离是6，到点*N*的距离是2，那么点*P*是的美好点，而点*P*就不是的美好点．

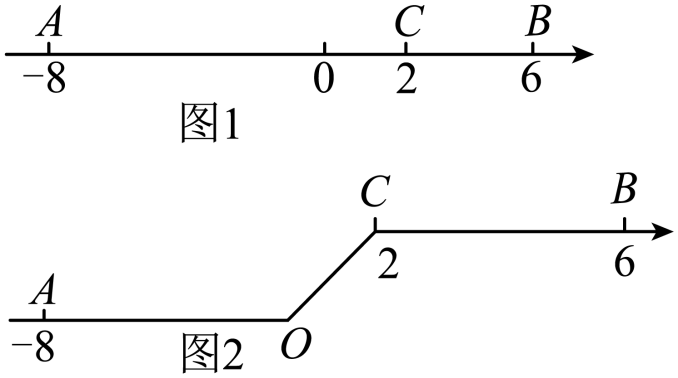
（1）若点*M*、*N*、*P*表示的数分别为3、6、7，则 是[ ， ]的美好点．（空格内分别填入*M*、*N*、*P*）

（2）若点*M*、*P*表示的数分别为、，且*P*是的美好点，则点*N*为 ．

（3）如图，数轴上*A*，*B*，*C*三点分别表示的数为、12、2，点*Q*从*B*点出发以每秒8个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，当它到达*A*点后立即以相同的速度返回往*B*点运动，并持续在*A*，*B*两点间往返运动．在*Q*点出发的同时，点*P*从*A*点出发以每秒2个单位长度向右匀速运动，直到当点*P*达到*C*点时，点*P*，*Q*停止运动．当*t*为何值时，点*C*恰好为的美好点？



20．（2023·江苏·七年级假期作业）数轴是一种特定的几何图形，利用数轴能形象地表示数，在数轴的问题中，我们常常用到数形结合的思想，并借助方程解决问题．如图1，在数轴上，点*A*表示数，点*C*表示的数为2，点*B*表示的数为6．



（1）点*P*从点*A*出发，以2个单位/秒的速度向右运动，同时，点*Q*从点*B*出发，以1个单位/秒的速度向左运动，经过多久两点相遇？

（2）如图2，我们将图1的数轴沿点*O*和点*C*各折一次后会得到一个新的图形，与原来相比，线段*AO*和*CB*仍然水平，线段*OC*处产生了一个坡度，我们称这样的数轴为“坡数轴”，其中*O*为“坡数轴”原点，在“坡数轴”上，每个点对应的数就是把“坡数轴”拉直后对应的数．记“坡数轴”上*A*到*B*的距离为*A*和*B*拉直后距离：即＝，其中、、代表线段长度．在“坡数轴”上，上坡时点的移动速度变为水平路线上移动速度的一半，下坡时移动速度变为水平路线上移动速度的2倍．

①点*P*从点*A*出发，以2个单位/秒的速度沿着“坡数轴”向右运动，同时点*Q*从点*B*出发，以1个单位/秒的速度沿着“坡数轴”向左运动，经过多久，？

②点*P*从*A*处沿“坡数轴”以每秒2个单位长度的速度向右移动，当移到点*C*时，立即掉头返回（掉头时间不计），在*P*出发的同时，点*Q*从*B*处沿“坡数轴”以每秒1个单位长度的速度向左移动，当*P*重新回到*A*点所有运动结束，设*P*点运动时间为*t*秒，在移动过程中，何时？直接写出*t*的值．

